

TECHNICAL SCIENCES

ASYMPTOTIC ACHIEVEMENT OF THE MINIMUM ALLOWABLE VALUE OF C.E. SHANNON IN ENERGY BY SYNCHRONOUS ORTHOGONAL CODE

Kuznetsov V.

National Research University "Moscow Institute of Electronic Engineering",
Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow, Russia.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ДОСТИЖЕНИЕ МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОГО ЗНАЧЕНИЯ К.Э. ШЕННОНА ПО ЭНЕРГЕТИКЕ СИНХРОННЫМ ОРТОГОНАЛЬНЫМ КОДОМ

Кузнецов В.С.

Национальный исследовательский университет "Московский институт электронной техники",
доктор технических наук, профессор, Москва, Россия.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.16539261>

Abstract

The article proves that the synchronous orthogonal code OK1024 provides an asymptotically limiting minimum ratio E_{bit} / J_0 in a continuous Gaussian channel at an information transfer rate equal to the channel capacity. The complexity of decoding is determined by the extremely sparse matrix of this orthogonal code.

Аннотация

В статье доказано, что синхронный ортогональный код ОК1024 обеспечивает асимптотически предельное минимальное отношение $\frac{E_{bit}}{J_0}$ в непрерывном гауссовском канале при скорости передачи информации, равной пропускной способности канала. Сложность декодирования определяется предельно разреженной матрицей этого ортогонального кода.

Keywords: continuous Gaussian channel with AWGN, the densest surface - spherical packing (DSSP) codes, synchronous orthogonal code, frequency efficiency, signal separability.

Ключевые слова: непрерывный гауссовский канал с АБГШ, коды ППСУ, синхронный ортогональный код, частотная эффективность, разделимость сигналов.

Введение

Целью статьи является рассмотрение принципов построения системы передачи информации на основе синхронного ортогонального кода (ОК), являющегося на сегодняшний день лучшим кодом плотнейшей поверхности – сферической укладки (ППСУ). Сложность декодирования этого ОК определяется диагональной матрицей, обладающей уникальным свойством предельного разрежения до одного ненулевого элемента в каждой строке задающей матрицы при любой длине существования ОК.

Прямая радиолиния

Прямая линия (Forward Link) строится по схеме синхронного ОК с одновременной и синхронной передачей всех n_{OK} каналов строго при нулевом сдвиге начала каждой кодовой комбинации относительно начального момента времени передачи синхронного ОК (необходимое условие ортогональности кода). В силу ортогональности все каналы синхронного ОК являются взаимно линейно независимыми и, как следствие, разделимы на приёме. Кодировующее устройство синхронного ОК кодируется внешним потоком равновероятных тричных символов со значениями $\{\pm 1, 0\}$ (см. рис. 1).

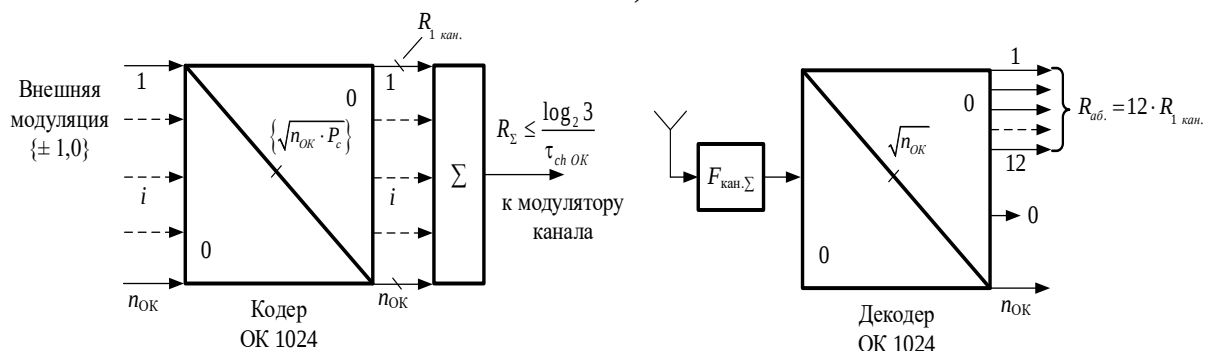


Рисунок 1 – Структурная схема прямой радиолинии (Forward link): в some 85 абонентам отводится по 12 информационных каналов.

В этом случае суммарная скорость передачи

$$R_{\Sigma} = \frac{\log_2 3}{\tau_{ch_OK}}, \quad (1)$$

$$R_{1\text{кан.}} = \frac{R_{\Sigma}}{n_{OK}}. \quad (2)$$

$$R_{аб.} = 12 \cdot R_{1\text{кан.}} \quad (3)$$

Результаты расчёта скорости передачи представлены в таблице 1.

Таблица 1. Расчёт значений скорости передачи и требуемой полосы частот в прямой радиолнии

№	Наименование параметра	Расчётные значения	Примечание
1	R_{Σ}	361, 3714 Мбит/с	$\max f_{\text{ти}MS} = 912,0 \text{ МГц}$, $\max f_{\text{ти}OK} = 228,0 \text{ МГц}$
2	$R_{1\text{кан.}}$	0,3529 Мбит/с	
3	$R_{аб.}$	4,2514 Мбит/с	
4	$F_{\text{кан.}\Sigma}$	4190,35 МГц	

В прямой радиолнии синхронный ОК передаёт информацию без внешнего помехоустойчивого кодирования.

$$q_{\text{bitOK}} = \frac{Q_{\text{err.}dX}}{n_{OK}} \leq (N_d + (V_{\text{акт.}} - 1)) \cdot Q\left(\sqrt{\frac{P_c}{\sigma^2}} \cdot d_X\right) \cdot \frac{d_X}{n_{OK}}, \quad (4)$$

где (n_{OK} , $V_{\text{акт.}}$, d_X , N_d) – параметры синхронного

ОК, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} \cdot dt$ – интеграл вероятности ошибки.

При заданной вероятности ошибки декодирования q_{bitOK} по выр. (4) рассчитывается требуемое

отношение $\frac{P_c}{\sigma^2} = \frac{X^2}{d_X^2}$. Расчёт помехоустойчивости

выполняется при скорости передачи, равной пропускной способности канала. В этом случае $\frac{E_{\text{bit}}}{J_0} =$

$\frac{P_c}{\sigma^2} / \gamma_{\text{кан.}\Sigma}$, где частотная эффективность канала

$$\gamma_{\text{кан.}\Sigma} = \log_2(1 + \frac{P_c}{\sigma^2}).$$

При $F_{\text{кан.}\Sigma} \rightarrow \infty \lim \frac{E_{\text{bit}}}{J_0} = \lim \frac{\frac{P_c}{\sigma^2} \ln 2}{\ln(1 + P_c/\sigma^2)} =$

$\ln 2 = -1,59 \text{ дБ [1]}$. Результаты расчёта по выр. (4) требуемых отношений $\frac{E_{\text{bit}}}{J_0}$ для синхронного ортогонального кода ОК1024 при его приёме в непрерывном гауссовском канале приводятся в таблице 2.

Таблица 2

Расчёт помехоустойчивости синхронного ОК1024 в непрерывном канале с АБГШ

$q_{\text{bit } \Sigma}$	$(P_c / \sigma^2)_{\text{вх.ОК}}$	$\gamma_{\text{кан.}\Sigma}$	$\frac{E_{\text{bit}}}{J_0} \text{ дБ}$
10^{-3}	0,0442	0,06242	- 1,4974
10^{-5}	0,0616	0,08624	- 1,4613
10^{-7}	0,0791	0,10986	- 1,4253
10^{-10}	0,1056	0,14479	- 1,372

Требуемая полоса частот также рассчитывается из условия согласования по скорости передачи с пропускной способностью непрерывного гауссовского канала.

$R_{\Sigma} = \frac{\log_2 3}{\tau_{ch_OK}} = C_{\Sigma} = \frac{1}{l_{\Sigma} \cdot \tau_{ch_OK}} \cdot \gamma_{\text{кан.}\Sigma}$, $l_{\Sigma} = \frac{\gamma_{\text{кан.}\Sigma}}{\log_2 3}$ – коэффициент согласования.

$$F_{\text{кан.}\Sigma} = \frac{1}{l_{\Sigma} \cdot \tau_{ch_OK}} = \frac{\log_2 3}{\gamma_{\text{кан.}\Sigma} \cdot \tau_{ch_OK}} = \frac{R_{\Sigma}}{\gamma_{\text{кан.}\Sigma}} \text{ при}$$

скорости передачи $R_{\Sigma} = C_{\Sigma}$.

Результаты расчётов R_{Σ} и $F_{\text{кан.}\Sigma}$ в прямой радиолнии при $q_{\text{bit } \Sigma} = 10^{-5}$ приводятся в таблице 1. В статье анализируются предельные возможности системы. При широкой полосе частот радиоканала в нём обеспечивается высокая помехозащищённость против искусственных помех. Требуемое значение полосы частот $F_{\text{кан.}\Sigma}$ можно уменьшить выбором меньших значений тактовой частоты. При

этом достигнутые значения отношения $\frac{E_{\text{bit}}}{J_0}$ остаются без изменения.

По мнению автора лучший практический результат помехоустойчивого кодирования

($\frac{E_{\text{bit}}}{J_0} = 0,7 \text{ дБ}$ при $q_{\text{bit}} = 10^{-5}$), полученный

Claude Berrou и его соавторами для Turbo – Code на основе свёрточного кода с кодовым ограничением $K=5$ при 18 итерациях декодирования, а также лучшие результаты, достигнутые длинными LDPC кодами при 50-100 итерациях декодирования [2], получены для этих кодов с выбором относительной скорости кодирования $r_c = 1/2$ поиском “вслепую”. Такие не широкополосные коды не в состоянии достигнуть даже отношение $\frac{E_{\text{bit}}}{J_0} = 0 \text{ дБ}$.

В работах автора [3, 4] и, в частности, в приведённых выше расчётах (см. табл.2) доказывається,

что при скорости передачи информации $R_\Sigma = C$ пре-

дельно минимальные отношения $\frac{E_{bit}}{J_0}$ достигаются

в широкополосной системе с высокой помехоустойчивостью. Этим требованиям удовлетворяют симплексные, биортогональные и синхронные ортогональные коды, являющиеся кодами плотнейшей поверхностью – сферической укладки [5, 6].

В работах [7, 8] приводится с описанием конкретная каскадно – кодовая конструкция со скоростью передачи $1,3/\tau_{ch}$ на основе синхронного ОК128 и внешнего троичного помехоустойчивого кода с блоковой длиной 128. Согласно [8], при $q_{bit} = 10^{-5}$ требуется обеспечить $\frac{E_{bit}}{N_0} = -1,11$ дБ.

Обратная радиолиния

Обратная радиолиния может быть спроектирована по образцу радиointерфейса стандарта IS – 95. В этом случае выполняется равенство длительностей сигналов

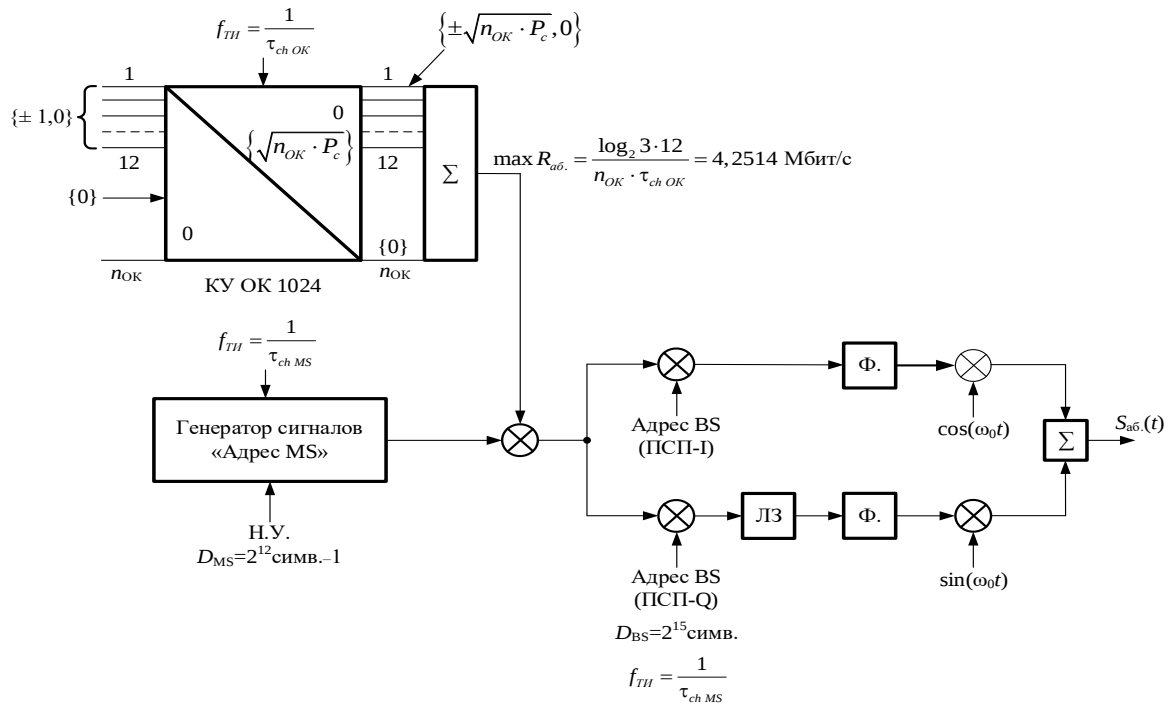


Рисунок 2 – Структурная схема обратного канала абонента

одновременно 8 сигналов синхронного ОК и 8 сигналов "Адрес MS" (см. рис. 2).

Каждому из 85 групповых абонентов в обратной радиолинии отводится по 12 каналов. Рассмотренное выше обоснование выбора тактовых частот учтено при описании Forward Link.

Абоненты в обратной радиолинии работают в асинхронном режиме. Основной задачей является расчёт максимально допустимого числа одновременно работающих на передачу (в сторону "своей" BS) абонентов. При спектральной плотности мощности взаимных помех $J_0 \ll N_0$, $N_0 = 1,380662 \cdot$

$n_{ОК} \cdot \tau_{ch.ОК} = (D_{адрес MS} + 1) \cdot \tau_{ch. MS}$ (5)
при максимальной тактовой частоте сигналов генератора "Адрес MS" (она же тактовая частота радиоканала).

$$f_{TH_MS} = \frac{1}{\tau_{ch. MS}} = \frac{D_{адрес MS} + 1}{n_{ОК} \cdot \tau_{ch. ОК}} = \frac{4096}{1024 \cdot \tau_{ch. ОК}} = \frac{4}{\tau_{ch. ОК}}. \quad (6)$$

Согласно [9], уровень микроэлектроники на российском рынке на сегодняшний день определяется технологией изготовления 40 нм, что задаёт максимальную тактовую частоту, равной 912,0 МГц при нормальных условиях эксплуатации. Тогда при $f_{TH_MS} = f_{TH_BS} = 912,0 \text{ МГц}$ max $f_{TH_ОК} = \frac{1}{\tau_{ch. ОК}} = 228,0 \text{ МГц}$.

Основную роль синхронизации в обратной радиолинии выполняет сигнал "Адрес BS" с длительностью $T_{адрес BS} = 2^{15} \cdot \tau_{ch. BS}$. Передние фронты сигналов синхронного ОК и генератора сигналов "Адрес MS" в обратной радиолинии жёстко привязаны к переднему фронту сигнала "Адрес BS". При этом на длительности этого сигнала размещаются

$10^{-23} \frac{W}{Hz}$, воспользуемся методикой расчёта фирмы Qualcomm

$$(N_{кан.} - 1) = \frac{G_p \cdot \eta_p \cdot S}{\left(\frac{E_{bit}}{J_0}\right)_{MS} \cdot \nu_f \cdot (1 + f)} \quad (7)$$

где $G_p = \frac{2 \cdot F_{кан. MS}}{R_{аб.}} = \frac{B_w}{R_{аб.}}$ - выигрыш обработки,

η_p - коэффициент эффективности управления мощностью передатчиков абонентов в обратной радиолинии,

S - число секторов приёмной антенны на входе BS,

V_f – коэффициент речевой активности.

f – коэффициент влияния передающих устройств BS соседних сот.

Ограничим ошибку декодирования в служебном канале абонента величиной $Q_{err.MS} = 10^{-6} \leq$

$$N_d \cdot Q\left(\sqrt{\left(\frac{P_c}{\sigma^2}\right)_{MS} \cdot d_x}\right) = 4095 \cdot Q(x). \quad \text{Для}$$

передачи служебных сигналов “Адрес MS” выберем канал с частотной эффективностью

$$\gamma_{кан.MS} = \log_2\left(1 + \frac{P_c}{\sigma^2}\right). \quad \text{При длине сигналов}$$

$$D_{MS} = 4095 \text{ символов}$$

$$\left(\frac{E_{bit}}{J_0}\right)_{MS} = \frac{(P_c/\sigma^2)_{MS}}{\gamma_{кан.MS}} = 0,6998. \quad (8)$$

Расчёт энергетики наземных радиолоний выполняется при условии работы как в обратной, так и в прямой радиолонии с обязательным наличием Rake receiver в точках приёма.

При оценке остальных параметров в выражении (7) значениями: $N_{кан.} = 1024$, $F_{кан.MS} \cong \frac{1}{2 \cdot \tau_{ch.MS}} = 456,0 \text{ МГц}$ (информация в служебном канале не передаётся, $R_{MS} = 0$),

$$\eta_p = 0,8, S = 3 \text{ сектора}, v_f = 0,4314, (1 + f) = 1,667 \text{ значение скорости передачи группового абонента } R_{аб.} = 4,2514 \cdot 10^6 \text{ бит/с. При этом значении } R_{1кан.} = \frac{R_{аб.}}{12} = 0,3529 \cdot 10^6 \text{ бит/с. } R_{\Sigma} = R_{аб.} \cdot 85 = 361,37 \cdot 10^6 \text{ бит/с.}$$

Число каналов, отводимых одному абоненту, $N_{кан.1аб.} = \left\lfloor \frac{R_{аб.} \cdot n_{ок}}{R_{\Sigma}} \right\rfloor$, где скорость передачи $R_{аб.}$ определяется выражением (7). В данной работе принято $N_{кан.1аб.} = 12$ каналов.

Число групповых абонентов в обратной радиолонии равно

$$N_{аб} = \frac{1024}{12} = 85 \text{ абонентов.}$$

Для расчёта помехоустойчивости в информационном канале абонента используем выр. (4) при $V_{акт.} = 12$ каналов. Тогда, например, при $q_{бит.аб.} = 10^{-5}$ требуемое отношение $\frac{P_c}{\sigma^2} =$

$$0,05908, \text{ частотная эффективность } \gamma_{кан.аб.} = 0,082814 \text{ бит/сГц}, \text{ а } \left(\frac{E_{bit}}{J_0}\right)_{аб.} = -1,4665 \text{ дБ.}$$

$$\text{Требуемые полосы частот } F_{аб.} = \frac{R_{аб.}}{\gamma_{кан.аб.}} = F_{1кан.} = 51,32 \text{ МГц.}$$

В заключение заметим, что начальная установка генератора сигналов “Адрес MS” однозначно связана с номером группы абонента.

Список литературы:

1. Claude Elwood Shannon. Collected papers. Ed. by H.J.A. Sloane, Aaron D.Wyner. IEEE Press. Piscataway, N.J., USA. 1993, 924 p.
2. The Best of the Best. Ed. by William H. Tranter, Desmond P. Taylor, Rodger E. Ziemer, Nicholas F. Maxemchuk, Jon W. Mark. IEEE Press. A John Wiley & Sons, Inc., Publication. 2007, 692 p.
3. Кузнецов В.С., Кузнецов В.В. Нерешённые проблемы в области передачи информации и связи. – М.: Горячая линия – Телеком, 2016. – 60 с.
4. Кузнецов В.С. Асимптотические решения проблемы Шеннона в непрерывном гауссовском канале. – М.: Горячая линия – Телеком, 2021, – 72 с.
5. Кузнецов В.С. Асимптотическое достижение границы К.Э. Шеннона с применением кодов плотнейшей поверхностно – сферической укладки. – М.: Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. № 1 – 2023, с. 62 – 67.
6. Кузнецов В.С. Синхронные ортогональные коды. – М.: Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. № 1 – 2024, с. 26 – 29.
7. Патент РФ на изобретение № 2834691. Способ помехоустойчивого кодирования троичным кодом с широкополосной передачей данных. Авторы: Кузнецов В.С., Волков А.С., Солодков А.В., Лоос В.В. Приоритет изобретения 14 июня 2024 г. Дата гос. регистрации 12 февраля 2025 г.
8. Kuznetsov V., Volkov A., Solodkov A., Loos V. High – Speed Ternary Error Correction Code // 2025 Conference Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (2025 ElCon), St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, 2025, January 28 – 29, St. Petersburg, Russia. – p. 1694 – 1697.
9. Каталог для систем связи и радиолокации. – М.: “ЭЛВИС”, www.elvees.ru, 2025, 24 с.