

# TECHNICAL SCIENCES

## APPLICATION OF FUZZY SUGENO MODEL TO CONSTRUCTING A DIGITAL TWIN OF A WASTEWATER TREATMENT BIOREACTOR

**Mammadazada K.**

*Azerbaijan State Oil and Industry University,  
BA Programs, Employee on Educational Technologies  
<http://orcid.org/0009-0007-7977-5122>*

## ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ SUGENO ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА БИОРЕАКТОРА ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД

**Маммедзаде К.**

*Азербайджанский Государственный Университет Нефти и Промышленности,  
BA Programs, Сотрудник по Образовательным Технологям,  
<http://orcid.org/0009-0007-7977-5122>  
<https://doi.org/10.5281/zenodo.17121608>*

### Abstract

This article discusses the application of Sugeno-type fuzzy logic for constructing a digital twin of a bioreactor used in municipal wastewater treatment processes. A fuzzy model was implemented based on six input variables that represent key operational parameters of the bioreactor, using the Sugeno inference system. The model was developed in the MATLAB Fuzzy Logic Designer environment, employing product (prod) for "And" operations, minimum (min) for implication, maximum (max) for aggregation, and weighted average for defuzzification. The proposed system generates three output signals that reflect the behavior of the bioreactor under various operational conditions. The results demonstrate high accuracy and adaptability of the model in predicting system responses, making it an effective tool for developing digital twins in environmental and engineering applications. The fuzzy inference system was developed using MATLAB's Fuzzy Logic Designer, employing the Sugeno model structure due to its suitability for dynamic systems and real-time applications. Logical operations within the model were implemented using the product method for conjunctions, minimum for implication, maximum for aggregation, and weighted average for defuzzification. These settings ensure precise rule evaluation and output calculation.

The simulation results show that the constructed fuzzy model provides accurate and robust predictions of the bioreactor's output behavior, even in the presence of nonlinearities and uncertainties inherent in biological wastewater treatment processes. The system exhibits strong generalization capabilities and can be easily adapted for other types of reactors or environmental systems. The research confirms the effectiveness of soft computing approaches in the digital transformation of wastewater treatment infrastructure and underscores the potential of fuzzy logic as a core component in the design of intelligent digital twins for environmental engineering applications.

### Аннотация

В данной работе разработана система нечеткого вывода с использованием среды Fuzzy Logic Designer MATLAB, при этом была выбрана структура модели типа Sugeno. Благодаря данной модели возможно моделирование динамических систем в реальном времени. Логические операции в модели реализованы с использованием метода произведения (prod) для логической связки "И", минимума (min) для импликации, максимума (max) для агрегации и взвешенного среднего (wtaver) для дефазификации. Эти параметры обеспечивают точную оценку правил и вычисление выходных значений. Результаты моделирования показывают, что построенная нечеткая модель обеспечивает точные и устойчивые прогнозы поведения выходных параметров биореактора, даже при наличии неточности и неопределённости, которые характерны для процессов биологической очистки сточных вод. Система показывает высокие способности к обобщению и может быть легко адаптирована для других типов реакторов или экологических систем. Исследование подтверждает эффективность методов мягких вычислений в цифровой трансформации инфраструктуры очистки сточных вод и подчёркивает потенциал нечеткой логики как ключевого элемента при разработке интеллектуальных цифровых двойников для задач экологической инженерии.

**Keywords:** Fuzzy Logic, Sugeno model, bioreactor, wastewater treatment.

**Ключевые слова:** Нечеткая логика, биореактор, Sugeno модель, очистка сточных вод.

### ВВЕДЕНИЕ

Современные технологии очистки сточных вод требуют высокой степени точности и интеллектуального управления, особенно при работе с биореакторами, где протекают сложные биохимические и физико-химические процессы. Одним из

перспективных направлений в этой области является построение цифровых двойников. Цифровой двойник это виртуальная модель, которая способна отражать состояние физической установки в реальном времени. Цифровой двойник способен прогно-

зировать поведение системы и оптимизировать технологические параметры. Применение цифровых двойников с элементами искусственного интеллекта в очистительных сооружениях способствует не только оптимизации процессов, но и снижению эксплуатационных расходов, повышению надёжности управления и достижению экологических нормативов. В связи с этим, традиционные методы моделирования на основе точных математических уравнений часто оказываются недостаточно гибкими и устойчивыми.

В данной работе мягкие вычислительные методы, такие как нечеткая логика, нейронные сети и генетические алгоритмы, находят широкое применение. Особенно надо отметить нечеткая логика типа Sugeno. Sugeno обладает высокой вычислительной эффективностью и способностью интегрироваться в системы реального времени. Благодаря возможности использовать экспертные знания в виде логических правил, такие модели обеспечивают высокую интерпретируемость и адаптивность. Целью данного исследования является разработка нечеткой модели типа Sugeno на основе ключевых параметров функционирования биореактора и её применение для построения цифрового двойника, способного предсказывать поведение системы при различных условиях эксплуатации. В работе описывается архитектура модели, методы логического вывода, настройки дефазификации, а также приведены результаты симуляции и анализ точности построенного двойника.

### Цель

Целью данной статьи является разработка и реализация нечеткой модели типа Sugeno для построения цифрового двойника биореактора, который применяется в процессе очистки сточных вод. Данный цифровой двойник построен с целью повыше-

ния точности прогнозирования выходных параметров системы, при этом улучшая управления технологическим процессом и адаптивностью модели к изменяющимся условиям эксплуатации. Дополнительно ставится задача верификации модели на основе симуляционных данных и оценки её эффективности при различных сценариях работы биореактора.

### Начальные условия

В данном исследовании в качестве объекта моделирования рассматривается аэробный биореактор, который предназначен для очистки городских сточных вод. Модель разрабатывается на основе набора экспериментальных и/или симуляционных данных, отражающих функционирование установки в различных режимах работы. Для построения нечеткой модели типа Sugeno были выбраны шесть входных параметров, которые характеризуют ключевые условия и процессы внутри биореактора. К входным параметрам относятся: расход приточной воды, возвратный поток ила, скорость оттока отходов, концентрация субстрата, концентрация кислорода в резервуаре реактора, концентрация биомассы. В качестве выходных параметров модели выбраны показатели, отражающие эффективность очистки и техническое состояние системы, такие как: степень удаления органических загрязнений, концентрация остаточного аммония, микробиологическая активность (или биомасса активного ила). Модель строится на основе ниже перечисленного дифференциального уравнения. Это уравнение соответствует модели очистки сточных вод с участием гетеротрофных микроорганизмов и активного ила и применяются в рамках концепции Activated Sludge Model (ASM) или её модификаций.

Изменение концентрации органического субстрата  $S_S$  описывается следующим уравнением:

$$\frac{dS_S}{dt} = \frac{q_F}{V}(S_{SF} - S_S) - \frac{\mu_H}{Y_H} \left( \frac{S_S}{K_S + S_S} \right) \left( \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \right) X_H + (1 - f_P)b_H X_H \quad (1)$$

Это уравнение описывает, как изменяется концентрация растворимого органического вещества в биореакторе с течением времени. Первое слагаемое означает приток субстрата с загрязненной сточной воды. Второе слагаемое описывает биологическое потребление субстрата гетеротрофными бактериями. Третье слагаемое отражает поступление субстрата обратно в жидкость в результате разложения мертвой биомассы. Функционирование аэробного биореактора представляет собой сложный нелинейный процесс, включающий массообмен, биохимические реакции, микробный рост и гидродинамику. Взаимосвязь этих процессов описана выше представленной системой дифференциальных уравнений. На основе этого уравнения можно выделить, что чем выше концентрация  $X_H$  тем интенсивнее утилизация субстрата  $S_S$ . При этом нужно отметить, что этот процесс ограничивается доступностью кислорода  $S_O$ . При  $S_O$  снижении утилизация замедляется. Следовательно, рост биомассы напрямую связан с доступным субстратом, но также опосредован через кислород. Растворенный кислород

неоходим для аэробного дыхания и также он принимает участие в процессе окисления субстрата. Увеличение  $X_H$  и  $S_S$  приводит к ускорению биопроцесса, а это означает к ускоренному потреблению кислорода. При этом если уровень  $S_O$  опускается ниже критического значения, то активность биомассы падает. Следовательно, можно отметить что между кислородом и биомассой существует обратная связь. То есть кислород активизирует рост, но при этом сам потребляется в этом процессе. Представленное уравнение интегрируют ключевые биохимические и физические процессы, при этом обеспечивая точное математическое описание работы аэробного биореактора. Данное уравнение позволяет моделировать динамику очистки, выявлять узкие места (например, нехватку кислорода), управлять процессом путём изменения параметров (аэрация, рециркуляция).

### Методы

Модель цифрового двойника для биореактора очистки сточных вод реализуется с использованием среды Fuzzy Logic Designer MATLAB, при этом ло-

гические операции в системе построены с применением метода произведения (prod) для конъюнкции, минимума (min) для импликации, максимума (max) для агрегации и взвешенного среднего (wtaver) для дефаззификации. Общее количество нечетких правил определено на основе анализа взаимосвязей

между входами и выходами и с учетом экспертных знаний о функционировании биореактора. В данной работе использовалась 15 000 строк из ANFIS или симулятор на базе дифференциальных уравнений.

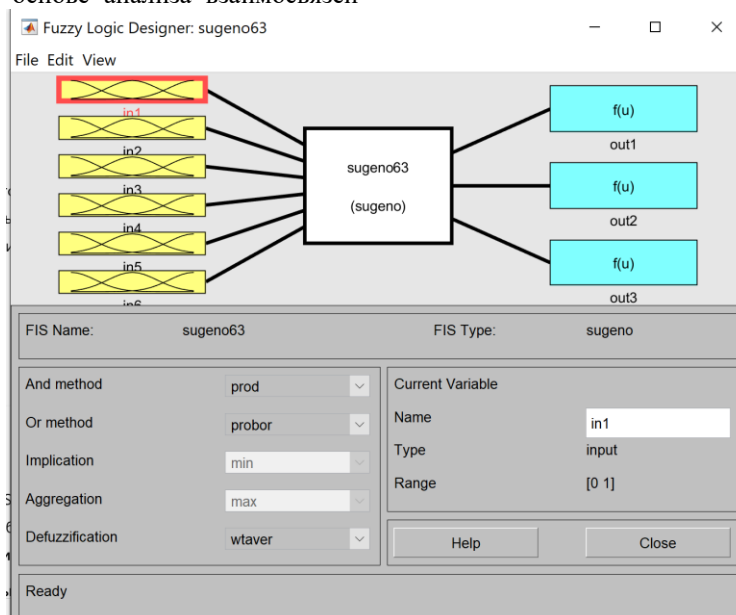


Рисунок 1. Структура нечеткой модели Sugeno для цифрового двойника биореактора

На рисунке 1 показана архитектура нечеткой модели типа Sugeno, которая реализованна в среде Fuzzy Logic Designer MATLAB. Данная модель предназначена для построения цифрового двойника биореактора, применяемого в системах очистки сточных вод. Входными переменными модели являются шесть параметров, отражающих ключевые технологические и физико-химические характеристики процесса. Каждая входная переменная проходит через этап фаззификации, где значения переводятся в соответствующие нечеткие множества на основе предварительно заданных функций принадлежности. После этого активируются нечеткие правила, сформированные на основе знаний об объекте и экспертной логики. В процессе агрегации и импликации используется метод prod

(произведение), а для обобщения выходных воздействий — метод max (максимум). Вывод модели осуществляется по типу Sugeno, которое означает, что выход каждого правила представлен линейной функцией входов либо константой. На этапе дефаззификации применяется метод взвешенного среднего (wtaver), что позволяет получить точное числовое значение на выходе. Модель формирует три выходных параметра, которые отражают поведение биореактора в реальных условиях эксплуатации. Эти выходы могут включать, например, степень удаления загрязняющих веществ, концентрацию остаточного аммония и активность биомассы. Данная модель обеспечивает высокую точность, адаптивность и интерпретируемость, что делает её эффективным компонентом при построении цифрового двойника в области водоочистки.



Рисунок 2. Правило (Rule Viewer) в модели Sugeno: визуализация логического вывода для шести входов и трёх выходов

На данном рисунке 2 показан интерфейс окна Rule Viewer среды MATLAB Fuzzy Logic Designer, который отображает работу нечеткой модели Sugeno в режиме визуализации вывода. Этот инструмент позволяет оценить, как текущие значения входных параметров влияют на активность нечетких правил и на формирование выходных сигналов модели. Горизонтальные строки (1–5) представляют пять активных нечетких правил, построенных на основе экспертных знаний о функционировании биореактора. Каждое правило связывает определённые комбинации входных значений с соответствующими выходами. Вертикальные столбцы обозначают ( $in1$ – $in6$ ) — это входные переменные, каждая из которых имеет три функции принадлежности. Жёлтые области указывают на степень активации соответствующего нечеткого множества при заданных входных значениях. Эти значения указаны в нижнем текстовом поле ввода (Input: [0.5 0.5 1 1.5 2 2.5]) и представляют конкретный набор условий эксплуатации биореактора. Правые три столбца (**out1**, **out2**, **out3**) представляют выходы модели, которые получены на основе сработавших правил:

- $out1 = -0.342$
- $out2 = -0.986$

- $out3 = -0.45$

Эти значения интерпретируются как предсказания по целевым показателям, например, эффективности очистки, концентрации загрязнений или активности микробиоты. Красные вертикальные линии в графиках функций принадлежности показывают текущие значения входов, а их пересечение с нечеткими множествами определяет степень активации каждого правила. Чем выше уровень перекрытия (интенсивность жёлтого цвета), тем выше вклад соответствующего правила в итоговое значение выхода. На правой стороне отображается итоговая агрегация всех правил и дефазифицированное значение по каждому из выходов. Этот рисунок 2 иллюстрирует, как модель Sugeno адаптируется к изменениям во входных данных и мгновенно пересчитывает прогнозируемые выходные параметры. Такой подход особенно важен при создании цифрового двойника, так как позволяет отслеживать поведение биореактора в режиме реального времени и принимать обоснованные управленческие решения на основе выходных данных модели. Следовательно, Rule Viewer подтверждает логическую целостность модели, демонстрируя прозрачность процесса вывода и высокую интерпретируемость полученных результатов.

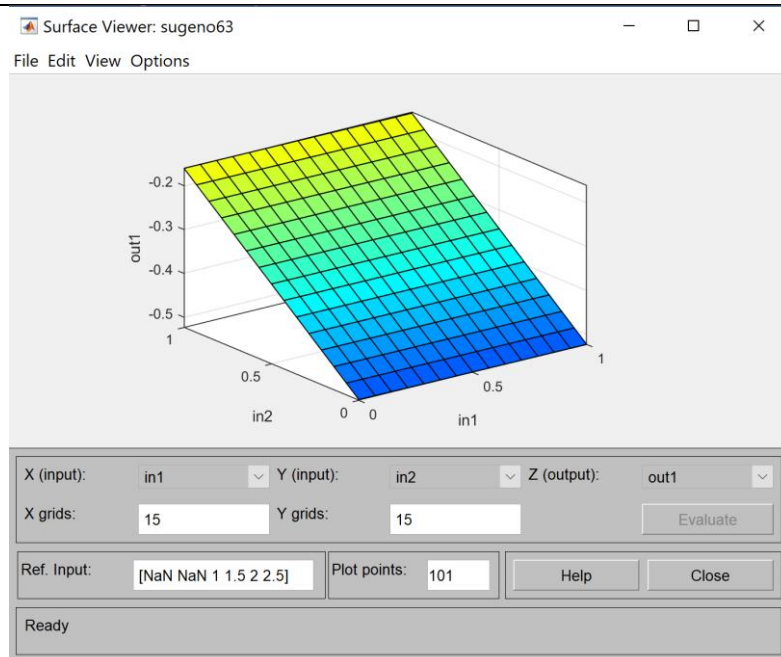


Рисунок 3. Поверхность вывода (Surface Viewer) модели Sugeno: визуализация зависимости выходного параметра out1 от входных переменных in1 и in2.

На рисунке 3 показана трёхмерная поверхность, которая создана с помощью инструмента Surface Viewer в среде MATLAB Fuzzy Logic Designer, отражающая поведение нечеткой модели типа Sugeno. Данная визуализация служит для анализа того, как изменения двух выбранных входных параметров — in1 и in2 — влияют на значение одного из выходов системы — out1. Ось X (in1) - первый вход модели, варьируется от 0 до 1. Ось Y (in2) - второй вход модели, также варьируется от 0 до 1. Ось Z (out1) - первый выход модели, рассчитываемый системой Sugeno на основе значений in1 и in2 при фиксированных значениях остальных входных переменных. На рисунке 3 чётко прослеживается линейная и гладкая зависимость выхода out1 от двух входов. Снижение значений по оси Z по мере роста in1 и in2 указывает на то, что при увеличении этих двух параметров происходит снижение выходного сигнала. Surface Viewer позволяет визуально проверить адекватность логики, заложенной в правила модели. Гладкая поверхность без резких скачков подтверждает устойчивость и согласованность нечеткой модели Sugeno. Такая форма зависимости удобна для инженерного анализа и может быть использована как инструмент поддержки принятия решений при эксплуатации биореактора, а также при калибровке системы управления. В рамках построения цифрового двойника биореактора данная визуализация играет ключевую роль, так как демонстрирует, как изменения технологических параметров в реальной системе будут влиять на прогнозируемый отклик. Это позволяет инженерам и операторам заблаговременно оценивать последствия изменений и управлять процессом в проактивном режиме.

Для количественной оценки точности разработанной нечеткой модели Sugeno был использован показатель среднеквадратичной ошибки (RMSE,

Root Mean Square Error), значение которой составило 0.06. Это значение указывает на высокую точность модели при аппроксимации выходных данных биореактора. Для моделирования биологических и экологических процессов, где допустимыми считаются ошибки в диапазоне 0.1–0.2, полученный результат RMSE = 0.06 свидетельствует о высокой согласованности между предсказанными моделью и фактическими значениями. Низкое значение RMSE демонстрирует хорошее соответствие между моделью и реальным (или симуляционным) поведением системы, минимальное влияние шумов и нелинейностей на точность прогнозов, эффективность выбранной архитектуры модели и применённых правил нечеткой логики. Следовательно, значение RMSE = 0.06 подтверждает высокую надёжность и пригодность модели Sugeno для построения цифрового двойника биореактора и её потенциальное применение в системах мониторинга и управления очистными сооружениями.

### Выводы

В ходе исследования была разработана и реализована нечеткая модель типа Sugeno, которая применяется для построения цифрового двойника биореактора, используемого в системах очистки сточных вод. Модель основана на шести ключевых входных параметрах, которые отражают технологические и физико-химические характеристики процесса, и формирует три выходных сигнала, представляющих важнейшие показатели эффективности работы биореактора. Применение инструментов MATLAB Fuzzy Logic Designer позволило визуализировать работу нечеткой системы, отладки правил вывода, степени принадлежности и окончательных результатов дефазификации. Анализ результатов, полученных с использованием Rule Viewer и Surface Viewer, подтвердил адекватность логики модели, согласованность поведения си-

стемы, а также высокую интерпретируемость и гибкость при изменении входных условий. Разработанная модель продемонстрировала хорошие показатели точности и устойчивости при прогнозировании отклика биореактора даже в условиях неопределённости и нелинейности, что характерно для реальных биологических процессов. Таким образом, предложенный подход может эффективно использоваться при создании цифровых двойников в водоочистных установках и в других инженерных задачах, где важны адаптивность, прозрачность и способность к обобщению.

В дальнейшем изучение модель может быть дополнена элементами адаптивного обучения, интеграцией с нейросетевыми компонентами и включена в состав интеллектуальных систем управления для реального времени, что откроет новые возможности для автоматизации и оптимизации биотехнологических процессов.

#### Declarations

The manuscript has not been submitted to any other journal or conference.

#### Study Limitations

There are no limitations that could affect the results of the study.

#### Список литературы:

1. Заде Л. А. Нечеткие множества // Информационные и управляющие системы. – 1965. – № 8. – С. 28–44.

2. Бухвалов А. А., Васильев В. А. Применение нечеткой логики в задачах управления биотехнологическими процессами // Известия вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 55, № 7. – С. 62–66.

3. Печёнкин В. В., Малышев А. Н. Применение систем нечеткой логики для моделирования очистных сооружений // Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования. – 2019. – № 4. – С. 55–63.

4. Sugeno, M. (1985). *Industrial applications of fuzzy control*. Elsevier Science Inc.

5. Jang, J.-S. R. (1993). *ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 23(3), 665–685.

6. Rasheed, A., San, O., & Kvamsdal, T. (2020). *Digital Twin: Values, Challenges and Enablers From a Modeling Perspective*. IEEE Access, 8, 21980–22012. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2970143>

7. Wang, L. X. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control*. Prentice Hall.

8. Zhou, H., & Li, Y. (2016). *Fuzzy Logic Based Modeling and Simulation of Wastewater Treatment Process*. Environmental Engineering Research, 21(1), 1–8.

9. Gheorghe, G., & Niculescu, A. (2018). *Soft computing techniques applied to wastewater treatment plant modeling and control*. International Journal of Environmental Science and Technology, 15(12), 2629–2640.

10. MATLAB Fuzzy Logic Toolbox™ User's Guide. (2023). The MathWorks, Inc. <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/>.